

挡土墙被动土压力研究

李永刚

(太原理工大学 建筑与环境工程学院, 山西 太原 030024)

摘 要: 研究土体被动极限状态时的大主应力拱, 给出大主应力拱的曲线方程和被动土压力系数; 利用水平层分析法, 分析被动土压力的分布规律。

关 键 词: 挡土墙; 被动土压力; 大主应力拱

中图分类号: TU 476 **文献标识码:** A

Study on passive earth pressure of retaining wall

LI Yong-gang

(Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: The major principal stress arch is studied in the backfill in passive critical state. The curve equations of major principal stress arch and the coefficient of passive earth pressure are given. By using the method of level layer element, the distribution of passive earth pressure is analysed.

Key words: retaining wall; passive earth pressure; major principal stress arch

1 引 言

经典土压力理论假定挡土墙的土压力分布为直线, 而文献[1], [2]和试验研究^[3]均表明主动土压力呈曲线分布。对于被动土压力分布的研究报道较少, 曹振民曾分析了被动土压力的曲线分布, 但其分布图形随计算参数的变化会发生大的突变^[4]。本文利用土拱原理和水平层分析法, 研究墙背垂直无粘性土体的被动土压力系数、土压力分布及其总土压力, 得到较合理的结果。

2 土拱计算原理

2.1 大主应力拱的形成

为了分析被动状态下土体对墙体产生的侧向土压力系数, 取图 1 所示的土体模型, 并假定有 3 点: (1) ab 、 cd 是二平行墙背, 相距 B , 墙面粗糙且不发生变形; (2) 填土水平且无粘性; (3) 在外力作用下, 两墙产生一定的相向运动, 土体达到被动极限状态。

因问题的对称性, 两墙中点 E 的大主应力 σ_1 为

水平, 小主应力 σ_3 为竖直; 而在墙处的 A (或 C) 点, 因边壁摩擦影响, 土体滑移线与边墙斜交, 大主应力发生向上偏斜, 使两墙之间的大主应力轨迹线形成一条连续拱曲线, 即大主应力拱。 E 点和 A (C) 点的应力状态可用莫尔应力圆表示, 如图 2。

2.2 大主应力拱的应力分析

根据图 1 (b), 对 A 点处的微分单元体建立力的平衡:

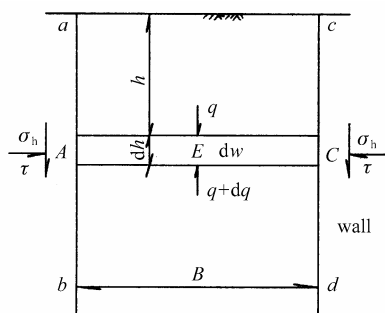
$$\sigma_h = \sigma_3 \cos^2 \theta + \sigma_1 \sin^2 \theta \quad (1)$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta \quad (2)$$

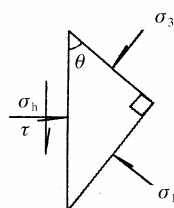
式中 θ 为 σ_3 与水平面的夹角, σ_h 为水平应力, τ 为剪应力。将式 (1) 两端同除以 σ_3 , 并认为变形土体处于朗肯被动状态, 即 $\sigma_1 / \sigma_3 = K_p$, 式 (1) 变为

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_3} = \cos^2 \theta + K_p \sin^2 \theta \quad (3)$$

由图 2 可知, $\sigma_v - \sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_h$, 则 $\sigma_h = \sigma_1 + \sigma_3 - \sigma_v$, 将其代入式 (3), 得



(a) 水平单元受力分析



(b) A 点处的应力状态

图 1 土体模型

Fig. 1 Soil model

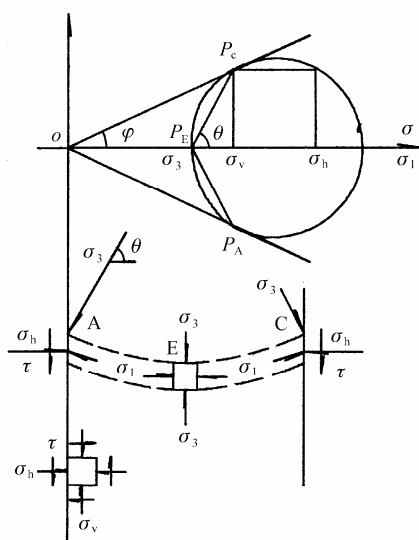


图 2 大主应力拱

Fig. 2 Major principal stress arch

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_3} = \sin^2 \theta + K_p \cos^2 \theta \quad (4)$$

式 (3) 除以式 (4), 得到被动土压力系数

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\cos^2 \theta + K_p \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + K_p \cos^2 \theta} \quad (5)$$

式中 K_p 为朗金被动土压力系数; σ_v 为垂直应力。对于光滑墙面, $\theta=90^\circ$, 则 $K=K_p$; 对于粗糙墙面, $\theta=45^\circ+\phi/2$, 则 $K=(1+\sin^2 \phi)/(1-\sin^2 \phi)$, ϕ 为土体的内摩擦角。

2.3 大主应力拱的形状及被动土压力系数

在图 2 中, 大主应力拱单元的边界是由主应力面组成的曲面, 为了满足力矩平衡条件, 大主应力拱内的应力应保持为常量。若假定土拱单元的厚度和土的重度均为定值, 则大主应力拱可以看作是在自重作用下两端固定的一条悬链线^[5, 6], 其方程为:

$$y = \frac{a}{2} [e^{x/a} + e^{-x/a}] \quad (6)$$

在墙壁处, $x=\pm 1$, 其斜率为:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} [e^{x/a} - e^{-x/a}] = \pm \cot \theta \quad (7)$$

由式 (7) 可以求得不同 ϕ 时的拱形参数 a , 结果见表 1。根据不同的 ϕ 及其对应的 a 值, 并取墙土摩擦角 $\delta=\phi$, 由式 (6) 绘出大主应力拱曲线, 见图 3。

表 1 ϕ - a 关系Table 1 Relationship between ϕ and a

内摩擦角 ϕ / ($^\circ$)	拱形参数 a
0	1.135
10	1.311
20	1.532
30	1.820

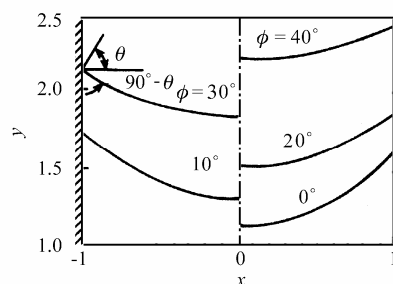


图 3 大主应力拱曲线

Fig. 3 Curves of major principal stress arch

当 ϕ 一定时, 根据拱曲线方程, 可以得到不同 x 点的主应力方向, 即小主应力和水平面的夹角, 并由式 (4) 求得 σ_v/σ_3 随 x 变化的曲线, 进而求得垂直应力平均值 σ_{av} 与 σ_3 的比值。经数值分析, 当 $\phi=0^\circ\sim 45^\circ$ 时, 对应的 $\sigma_{av}/\sigma_3=1.00\sim 1.24$ 。则实用的被动土压力系数为:

$$K_{pw} = \frac{\sigma_h}{\sigma_{av}} = \frac{\sigma_h}{(1.0\sim 1.24)\sigma_3} = \frac{1}{(1.0\sim 0.81)(\cos^2 \theta + K_p \sin^2 \theta)} \quad (8)$$

3 被动土压力分析

3.1 公式推导

设土体在挡土墙推动下, 处于被动极限状态, 土体内破裂面为平面, 滑动土楔如图4所示, β 为土体内的破裂面与垂直面的夹角。在楔体内某一深度 h 处, 取一水平薄层单元, 其上的作用力包括平均垂直土压力(垂直应力平均值)、单元重力、墙体和稳定土体对土楔的作用力。

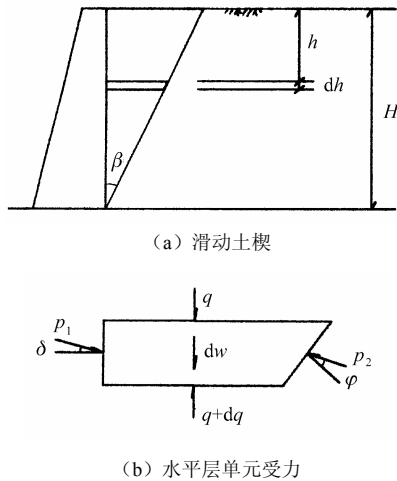


图4 土楔水平层分析

Fig.4 Analysis of level layer element of soil wedge

对于水平薄层单元, 由水平方向力的平衡条件得

$$p_2 = \frac{p_1 \cos \delta \cos \beta}{\cos(\beta - \phi)} \quad (9)$$

由垂直方向力的平衡条件得

$$q(H-h) \tan \beta - (q+dq)(H-h-dh) \tan \beta + dw + p_1 dh \sin \delta - \frac{p_2 dh}{\cos \beta} \sin(\beta - \phi) = 0 \quad (10)$$

略去二阶微量, 注意到 $p_1 = \frac{K_{pw} q}{\cos \delta}$, 并将式(9)

代入式(10), 变为

$$\frac{dq}{dh} = \gamma + \frac{D}{H-h} q \quad (11)$$

式中 γ 为回填土的重度; $D = 1 - K_{pw} G$;

$$G = \frac{\tan(\beta - \phi) - \tan \delta}{\tan \beta}。$$

为简单起见, 取边界条件 $h=0$ 时, $q=0$, 微分方程(11)的特解为

$$q = \frac{H}{D+1} \left[\left(\frac{H}{H-h} \right)^D - \left(\frac{H-h}{H} \right) \right] \quad (12)$$

被动土压力的分布与 p_1 大小相等、方向相反, 其表达式为

$$p = K_{pw} \frac{q}{\cos \delta} = \frac{K_{pw} \gamma H}{(1+D) \cos \delta} \left[\left(\frac{H}{H-h} \right)^D - \left(\frac{H-h}{H} \right) \right] \quad (13)$$

对式(13)进行积分, 得到被动土压力合力

$$P = \frac{\gamma H^2}{2G \cos \delta} \quad (14)$$

由力矩法可求得 P 到墙底的距离

$$h_1 = \left(1 - \frac{1 - K_{pw} G}{1 + K_{pw} G} \right) \frac{H}{3} \quad (15)$$

3.2 破裂角的值

为了求得合力的最大值, 取 $\frac{dp}{d(\tan \beta)} = 0$,

可得破裂面与竖直面夹角 β 之值:

$$\tan \beta = \frac{n_2 + \sqrt{n_2^2 + n_1 n_2 / n_3}}{n_1} \quad (16)$$

式中

$$n_1 = 1 - \tan \phi \tan \delta; \quad n_2 = \tan \phi + \tan \delta; \quad n_3 = \tan \phi。$$

3.3 土压力分析

取墙高 $H = 10 \text{ m}$, $\phi = 30^\circ$, δ 分别为 $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$, $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$, 利用本文公式, 可得被动极限状态下水平土压力的分布, 如图5。被动土压力合力分别为 2 700, 3 729, 5 494 kN, 与库仑理论所得的被动土压力完全相等, 但其作用点到墙底的距离小于 $H/3$, 分别为 2.76, 2.28, 1.80 m。

由图5可见, 本文所得被动土压力分布为凹曲

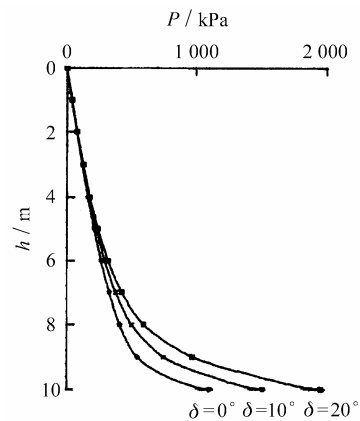


图5 被动土压力分布

Fig.5 Distribution of horizontal earth pressure passive state

线。在墙的上半部分,土压力分布近似线性;在墙的下半部分,土压力呈指数函数增大,其增长速率随 δ 的增大和到墙底距离的减小而加快,这是由于上部土体的约束,使下部土体接近三向受压状态,在墙体侧向挤压下所致。此压力分布状态使总土压力的合力作用点到而底的距离小于 $H/3$, δ 和 ϕ 越大,合力位置越低。当 δ 和 ϕ 接近于零时,土体趋近于流体,压力分布趋于三角形。由数值分析可知,本文公式所计算的被动土压力合力与库仑土压力相等。

4 结 语

(1) 挡土墙后的回填土体,在被动极限状态时,大主应力拱下凸,其形状可用悬链线表示。

(2) 墙背垂直时,被动土压力的分布为凹曲线,弯曲段主要在墙的下半部分。

(3) 本文计算的土压力合力与库仑土压力相

等,但合力作用点到墙底之距小于 $H/3$,墙土摩擦角和土体的内摩擦角越大,合力作用点位置越低。

参 考 文 献

- [1] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001.
- [2] 王元战, 王海龙, 张文忠, 等. 挡土墙土压力分布[J]. 中国港湾建设, 2000.4: 1—6.
- [3] 克列因. 散粒体结构力学[M]. 陈万佳译, 北京: 人民交通出版社, 1983.
- [4] 曹振民. 被动土压力非线性分布浅析[J]. 西安公路学院学报, 1994, 14(2): 10—14.
- [5] Kingsley Harop-Williams. Arch in arching [J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 115(3): 415—419.
- [6] Richard L. Handy. The arch in soil arching [J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(3): 302—318.

第四届海峡两岸隧道与地下工程学术与技术研讨会

第四届海峡两岸学术会初定于 2003 年 8 月 25-26 日在济南召开。

会议内容如下:

- (1) 隧道和地下工程设计、施工的新方法新技术。
- (2) 与隧道和地下工程相关的勘察、科研工作的新进展。
- (3) 隧道和地下工程运营和管理的新理念和新经验。
- (4) 地下空间规划、设计、建造、利用的新方法和进展。
- (5) 水利和矿山等领域的地下工程的研究进展。
- (6) 与地下工程相关的岩土工作问题。

会议期间将召开地下工程与地下空间分会理事会。会前、会后将分别组织自愿参加的泰安、曲阜二日考察和半岛四日考察(蓬莱、威海、青岛)。

会议筹备组通讯联络的地址为:

山东济南经十路 73 号(南校区)岩土工程中心 邮编: 250061

联系电话: 0531—8392984 马秀媛 或 8395428 董慧 传真: 0531—8395984

E-mail: zhuw@sdu.edu.cn或 maxiuyuan@sdu.edu.cn